

TA6 Toinen välikoe 28.11. 2016

Vastaa valintasi mukaan kolmeen seuraavista kysymyksistä

1 a) Ratkaise alla oleva differentiaaliyhtälöryhmä, vaiheet I-IV. b) Piirrä vaihediagramma ruutukaavassa. c) Esitä esimerkki alkuarvoista $x(0)$, $y(0)$, joista lähtien ratkaisu suppenee kohti mallin erityisratkaisua (steady state) ja esitä ratkaisun vaihe IV juuri näille alkuarvoille.

$$\dot{x}(t) - 2x(t) + 3y(t) = 4 \quad x(0) = 7$$

$$\dot{y}(t) - x(t) + 2y(t) = 6 \quad y(0) = 7$$

2 Ratkaise seuraava differenssiyhtälöryhmä ja tarkastele suppenemista:

$$x_{t+1} - 2y_t = -10 \quad x_0 = -20$$

$$y_{t+1} - x_t - y_t = -12 \quad y_0 = 9$$

3 Ratkaise seuraava optimikontrollitehtävä kontrollimuuttujan $u(t)$, tilamuuttujan $x(t)$ ja liittomuuttujan $\lambda(t)$ suhteen:

$$\text{Max} U = \int_0^1 [x(t) + u(t)^2] dt$$

$$\text{s.t.} \quad \dot{x}(t) = u(t)$$

$$x(0) = 5 \quad x(1) \text{ vapaa}$$

4 Tarkastellaan Ramsey-mallia, jossa Benthamilainen hyötyfunktio on:

$$u[c(t)] \cdot L(t) = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} \cdot L, \text{ missä } c=C/L \text{ on henkeä kohti laskettu kulutus ja } L \text{ on väestön}$$

koko $L(t) = e^{nt}$. Oletetaan, että $\rho > n$.

a) Ratkaise alla oleva optimikontrollitehtävä, tarkastele myös vaihediagrammia.

b) Mallissa väestönkasvu n on vakio. Tarkastele väestönkasvun n voimistumisen vaikutuksia

$$\text{Max}_{c(t)} \int_0^{\infty} u[c(t)] \cdot L(t) \cdot e^{-\rho t} dt$$

$$\dot{k}(t) = A[k(t)]^\alpha - c(t) - (\delta + n)k(t), \quad k(0) = k_0.$$