

## KA8 Toinen välikoe 8.12. 2011

1 Ratkaise seuraava differentiaaliyhtälö ja differentiaaliyhtälöryhmä. Tarkastele b-kohdassa myös tasapainon tyyppiä ja vaihediagrammaa.

a)

$$y''(t) + 3y'(t) - 4y(t) = 28e^{3t}$$

b)

$$\dot{x}(t) + x(t) + 2y(t) = 24$$

$$\dot{y}(t) + 2x(t) - 2y(t) = 12$$

2 Ratkaise seuraava differenssiyhtälöryhmä.

$$x_{t+1} - x_t - \frac{1}{3}y_t = -1 \quad x_0 = 5$$

$$y_{t+1} + x_{t+1} - \frac{1}{6}y_t = 8\frac{1}{2} \quad y_0 = 4$$

3

Tarkastellaan Ramsey-mallia, jossa hyötyfunktio on Benthamilainen:  $u[c(t)] \cdot L(t) = \ln[c(t)] \cdot L(t)$ . Hyötyä saadaan siis sekä henkeä kohti lasketusta kulutuksesta  $c=C/L$ , että väestön koosta  $L(t) = e^{nt}$ . Henkeä kohti laskettu pääomakanta  $k$  kasvaa:  $\dot{k}(t) = A[k(t)]^\rho - c(t) - (\delta + n)k(t), k(0) = k_0$ , missä  $\delta$  on pääoman kuluma (poisto) ja tuotantofunktion parametrit ovat  $A > 0$  ja  $0 < \alpha < 1$ . Edelleen oletetaan, että  $\rho > n$ . Ratkaise seuraava optimikontrollitehtävä kontrolli-, tila- ja liittomuuttujien  $c(t)$ ,  $k(t)$  ja  $\lambda(t)$  suhteen, tarkastele myös vaihediagrammaa. Vihje: fuktioden eroavuudesta huolimatta tehtävä on hyvin samantapainen kuin tunnilla käsitelty Ramsey-malli.

$$\text{Max}_{c(t)} \int_0^{\infty} u[c(t)] \cdot L(t) \cdot e^{-\rho t} dt$$

$$\dot{k}(t) = A[k(t)]^\rho - c(t) - (\delta + n)k(t), \quad k(0) = k_0.$$