

Matemaattinen taloustiede TA6. Ensimmäinen välikoe

15.10.2015

1 Determinantit ja implisiittifunktiot

a Ratkaise Cramerin säännöllä seuraava lineaarinen yhtälöryhmä:

$$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 2$$

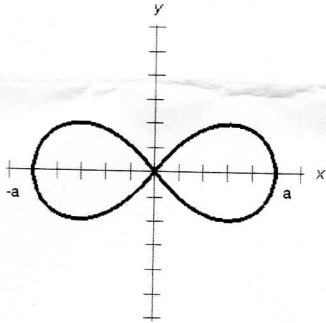
$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$$

b Olkoon a positiivinen vakio. Tarkastellaan oheisen kuvion mukaista lemniskaattaa, joka voidaan määrittellä yhtälöllä

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2).$$

Mikä on lemniskaatan tangentin yhtälö pisteessä (x, y) ; $y \neq 0$? Missä pisteissä tangenti on x -akselin suuntainen?



2 Optimointia

a Ratkaise seuraava rajoitettu ääriarvotettava Lagrangen metodilla ja tarkasta ääriarvon laatu. Kuinka suuri on rajoitteen varjohinta optimissa?

$$y = f(x_1, x_2) = 8x_1^2 - x_1x_2 + 12x_2^2 \quad \text{s.t.} \quad g(x_1, x_2) = 42 - x_1 - x_2 = 0$$

b Ratkaise seuraava

$$\underset{x,y}{\text{Max}} \quad xy + x + y$$

$$\text{s.t.} \quad x^2 + y^2 \leq 2$$

$$2y \leq 1$$

3 Dynamiikkaa

Ratkaise seuraavat ja analysoi ratkaisun kulkua ja stabiilisutta:

$$a) \quad y''(t) + 4y'(t) - 5y(t) = 14e^{2t}; \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -2$$

$$b) \quad y_{t+2} - 2y_{t+1} + 2y_t = 10; \quad y_0 = 3, \quad y_1 = 1$$

24²