

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Differentiaaliyhtälöt I
Erilliskoe 13.6.2013

Huom. Tenttijällä saa olla käytössään yhden A4-arkin kokoinen tiivistelmä.

1. Ratkaise implisiittisesti differentiaaliyhtälö

$$4 \cos x + 3y + 3(x + \sin y) y' = 0.$$

2. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$x^3 y' + 2x^2 y = x, \quad y(2) = 0.$$

Anna lisäksi (maksimaalinen) ratkaisuväli.

3. Ratkaise sopivalla sijoituksella differentiaaliyhtälö

$$y' = 2x + y - 1 - (2x + y + 1)^{-1}.$$

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' - y = e^x + 1.$$

5. Alkuhetkellä tiettyä kalalajia on 7 miljoonaa tonnia. Kalan määrä, jos ei kalasteta, kasvaa nopeudella, joka on alati suoraan verrannollinen määrään kaksinkertaistaen sen vuosittain. Kuitenkin mukaan tulee kalastus, joka verottaa kalan määrää vakionopeudella 15 miljoonaa tonnia vuotta kohti.

(a) Milloin kalakanta on täysin ehtynyt?

(b) Muutetaan kalastusnopeus sellaiseksi että kalan määrä pysyy vakiona. Mikä tämä nopeus on?

Ohje. Määrää ensin rauhoitetun kannan kasvun verrannollisuuskerroin.